EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

Dirección General de Educación Tecnológica
Agropecuaria y Ciencias del Mar

ÁLGEBRA

CUADERNILLO para el estudiante

ASESORÍA ACADÉMICA

PRIMER SEMESTRE

Dirección General de Educación Tecnológica Agropecuaria y Ciencias del Mar

Créditos

Desarrollo de Contenido

Benjamín Morán Medina

Rafael Gil Mantilla

Margarita C. Euán Vázquez

Revisión técnico – pedagógica

Arit Furiati Orta

Itandehui García Flores

Equipo de Apoyo

Edgar Iván Flores Chávez

Segunda edición, 2021

DGETAyCM

México

Introducción

El cuadernillo de Asesorías Académicas de la asignatura de Álgebra, forma parte de una colección de recursos de apoyo para jóvenes estudiantes de los Centros de Bachillerato Tecnológico Agropecuario (CBTA), Centros de Bachillerato Tecnológico Forestal (CBTF), Centros de Estudios Tecnológicos en Aguas Continentales (CETAC), Centros de Estudios Tecnológicos del Mar (CETMAR), los cuales tienen el propósito de ofrecerte elementos para lograr los aprendizajes requeridos y favorecer tu desarrollo académico.

En la primera sección te mostramos aspectos relacionados con la Asesoría Académica que te permitirán ubicarla como elemento de apoyo a tu trayectoria académica.

En la segunda sección hay actividades que te ayudarán a ubicar tus áreas de oportunidad, partiendo de la recuperación de tus aprendizajes; así mismo, podrás reforzar aspectos conceptuales que faciliten la comprensión del contenido disciplinar, y a la vez, se convierten en apoyo para promover la comprensión lectora y habilidad matemática promoviendo el desarrollo de tu perspectiva crítica.

Encontrarás actividades de reflexión, análisis, lecturas, ejercicios, juegos, problemas a resolver, entre otras, que podrás poner en práctica para comprender que el álgebra forma parte de tu vida en la interacción cotidiana, para actuar de manera reflexiva, razonada y razonable; así como para hacer frente a los problemas vitales, para formularse preguntas sobre ellos, para tomar decisiones relativas a las situaciones que enfrentan cotidianamente.

Esperamos que este material constituya una herramienta valiosa para tu formación y sea útil para apoyar tu proceso de aprendizaje del álgebra de manera creativa.

La Asesoría Académica

La asesoría académica es un servicio a través del cual encontrarás apoyo para favorecer el logro de tus aprendizajes. Se brinda mediante sesiones de estudio adicionales a la carga horaria reglamentaria y se te apoya para despejar dudas sobre temas específicos. También se te recomiendan materiales adicionales (bibliografía complementaria, ejercicios, resúmenes, tutoriales, páginas web, entre otros), de los que podrás apoyarte para el estudio independiente y evitar el rezago académico.

La asesoría académica puede ser:

a) Preventiva: acciones con los alumnos que tienen bajo aprovechamiento académico, han reprobado evaluaciones parciales o no lograron comprender algún contenido curricular, y que requieren apoyo para adquirir o reforzar aprendizajes específicos de alguna asignatura, módulo o submódulo. Consiste en lograr que el alumno mejore la calidad de sus aprendizajes, incremente su rendimiento académico y evite la reprobación.

b) Remedial: son acciones con los alumnos que al finalizar el semestre han reprobado alguna asignatura, módulo o submódulo y requieren apoyo académico para mejorar los aprendizajes frente a las evaluaciones extraordinarias y en general para alcanzar los aprendizajes establecidos en el programa de estudios correspondiente. Su propósito es que los alumnos regularicen su situación académica y eviten el abandono escolar.

Índice temático

Estructura didáctica

Cada lección se estructura por las siguientes secciones:

Explorando

Sección dirigida a reconocer tu nivel de conocimiento sobre la temática a abordar, puede contener preguntas abiertas, reactivos de opción múltiple ejercicios, actividades, entre otros. Apoya en la detección de las necesidades formativas de los estudiantes, lo que permitirá tomar decisiones sobre las actividades de asesoría que se pueden desarrollar.

Practicando

Promueve la ejercitación e integración de contenidos que se abordan en la lección. Refiere el desarrollo de estrategias centradas en el aprendizaje (elementos didácticos para brindar orientaciones a partir de ejercicios como resolución de problemas, dilemas, casos prácticos, etc). Permite poner en práctica lo revisado en la sección de habilidad lectora y facilita el aprendizaje de los contenidos temáticos

Comprendiendo

Se trabaja con lecturas que brindan elementos para la comprensión de los contenidos (temáticas) que se abordan en la asesoría académica, promueve la habilidad matemática y comprensión lectora, constituye un elemento para el estudio independiente.

Auto evaluación

Aporta elementos para que te autoevalúes y tomen junto con tu asesor académico medidas oportunas para continuar con tu proceso de aprendizaje.

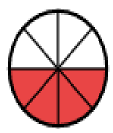
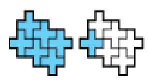
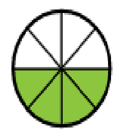
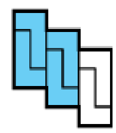
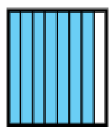
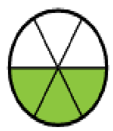
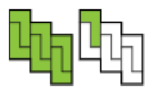
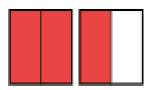
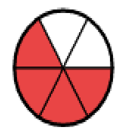
Investigando

Se te proporcionan recomendaciones sobre recursos de apoyo y material centrado en áreas específicas, para fortalecer la temática estudiada.

Lección 1. ¿Qué pasa con las fracciones?

Explorando

Relaciona las fracciones que son iguales (ya sean en figura o número).

$\frac{7}{8}$					$\frac{3}{6}$
				$\frac{3}{2}$	

Relaciona con una línea las fracciones que son equivalentes:

$\frac{4}{8}$	$\frac{18}{15}$
$\frac{9}{27}$	$\frac{25}{100}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{6}{5}$	$\frac{18}{54}$

Comprendiendo

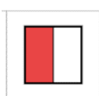
Las fracciones

Los números son una representación abstracta de una cantidad física con propiedades, reglas o normas y signo.

Los números positivos se ubican a la derecha del cero en la recta numérica. Algunas veces los encontramos con el signo + y otras sin él. Cuando llevan el signo + es porque se desea resaltar que son positivos. Los negativos por el contrario los ubicamos a la izquierda del cero en la recta numérica y siempre se representan con el signo menos (-).

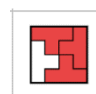
Por ejemplo: +10, -2,+1,+5,-7

Los números en forma de fracciones representan una parte del entero $(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{3}{4})$



$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{3}$



$\frac{3}{4}$

Y entero(s)$(\frac{6}{3} = 2)$, o enteros más una parte. $(\frac{6}{3} = 2$, $(\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2})$

Los números fraccionarios son una representación de un número, por lo tanto, podemos representar de muchas formas una misma cantidad.

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{16}{32} \ldots.$$

¿Cuántas formas hay de representar el mismo número: $\frac{8}{4} = \frac{16}{8} = — = —$ = ?.

Los números en fracciones pueden someterse a reducción, para realizarlo, hay que dividir tanto el numerador como el denominador por el mismo número: entre 2, 3, 5, 7, 11, 13, etc., cuidando que el resultado sea una división exacta. Si te das cuenta no usamos el 4, 6, 8, 9 … porque son múltiplos del 2 o del 3.

Ejemplos:

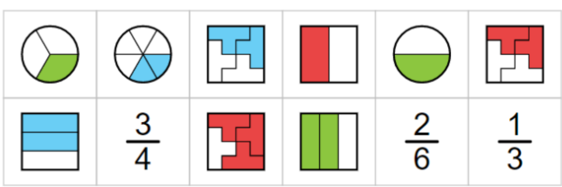
$$\frac{8}{32} = \frac{4}{16} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \qquad \frac{12}{18} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

Propias (el numerador es menor que el denominador)	Impropias (el numerador es mayor que el denominador)	Mixto (contiene enteros y fracción)
$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{2}$	$4\,\frac{2}{3}$

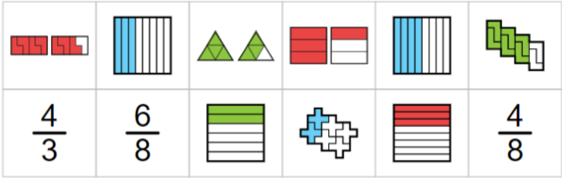
Practicando

Relaciona las fracciones que son iguales (ya sean en figura o número).

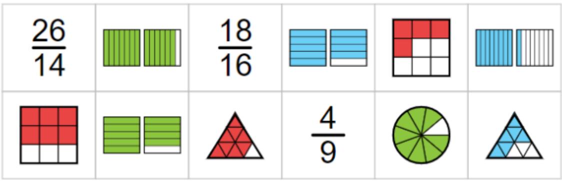
1.-



2.-



3.-



Reduce a su mínima expresión las siguientes fracciones, considerando los siguientes ejemplos:

16/128 = 8/64 = 4/32 = 2/16 = 1/8 153/27 = 51/9 = 17/3

128/16= 35/6=

49/7= 9/45=

6/24= 81/9=

Indicadores	Puedo lograrlo	Tengo dudas
Soy capaz de identificar una cantidad entera y una cantidad racional (fracciones).		
En una fracción, puedo identificar al numerador y al denominador.		
Relaciono un número racional (fracción) con su representación gráfica.		
Soy capaz de reducir un numero racional a su mínima expresión		
¿Sobre qué temas requiero más Asesoría Académica?		

Investigando

Te sugerimos consultar los siguientes recursos para ejercitar los elementos estudiados en esta lección:

- Phet. Interactive Simulation. *Parejas de Fracciones. Simulador de parejas de fracciones.* [En línea] https://phet.colorado.edu/es/simulation/fraction-matcher (Recuperado el 06 de octubre de 2019).

- Phet. Interactive Simulation. Fracciones: introducción. [En línea] https://phet.colorado.edu/es/simulation/fractions-intro (Recuperado el 06 de octubre de 2019).

- Sangaku Maths, Introducción a las Fracciones, [En línea] https://www.sangakoo.com/es/temas/introduccion-a-las-fracciones (Recuperado el 12 de octubre de 2019).

- Matesfacil. Ejercicios interactivos- Mas Fracciones [En línea] https://www.matesfacil.com/interactivos/primaria/fracciones/primaria-secundaria-fraccion-fracciones-quebrados-ejercicios-interactivos-autocorreccion-online-test-examen-numerador-denominador-simplificar-TIC.html (Recuperado el 02 de octubre de 2019).

Lección 2. Operaciones con fracciones

Explorando

Soluciona las siguientes operaciones con fracciones:

$\frac{3}{4}+\frac{6}{4}=$	$\left(\frac{4}{3}\right)(3)\ =$
$\frac{1}{2}+\frac{3}{4}=$	$\left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{4}{6}\right)\left(\frac{2}{3}\right)=$
$\frac{5}{4}+\frac{2}{5}-\frac{1}{2}=$	$\frac{4}{7}\div\frac{2}{3}=$

Resuelve el siguiente problema:

Pedro tiene 2 botes de pintura, en uno cuenta con $3\frac{3}{4}$ *litros y en el otro tiene* $2\frac{1}{2}$ *litros, mezcla la pintura en un solo bote; posteriormente utiliza* $\frac{1}{3}$ *del total de la pintura, para pintar una pared.*

¿Cuánta pintura le sobró?

____

Justifica tu respuesta:

____

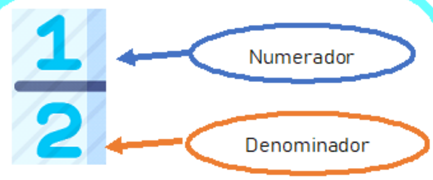
____

Comprendiendo

Operaciones aritméticas con fracciones

Las operaciones con fracciones, se trabajan de forma distinta en función de la operación aritmética que se trate (suma, resta y división), empezáremos por la suma y la resta que se tratan de forma similar.

Existen varios métodos para sumar o restar números racionales, contamos con el método del mínimo común múltiplo (mcm), del cual tienes conocimiento desde tu primaria. Un segundo método es el denominador común (dc).



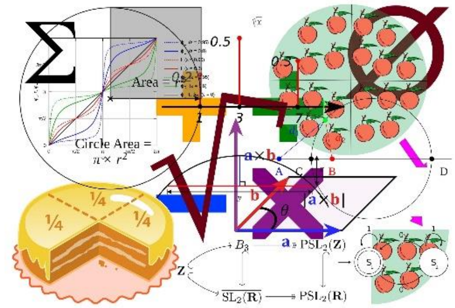
El denominador es el número de abajo de una fracción. Muestra en cuántas partes se divide alguna cosa.

El denominador común se utiliza para sumar y restar fracciones con distinto denominador, ya que, en ese caso, los denominadores de todas ellas deben ser iguales. Para que todos los denominadores sean iguales, necesitamos obtener un **denominador común** a todas las fracciones.

Hay que distinguir entre el **denominador común** y el **mínimo común denominador**:

Común denominador	Mínimo común denominador
El común denominador debe ser un múltiplo cualquiera de los denominadores y además como su propio nombre indica, debe ser común a todos los denominadores. Debe ser un múltiplo común a los denominadores, porque se requiere que las fracciones sean equivalentes (con un denominador cualquiera, el numerador se convertiría en un número decimal, complicando así la fracción).	El mínimo común denominador, es el múltiplo común más bajo de todos los denominadores y se obtiene calculando el mínimo común múltiplo de los denominadores.

Son dos métodos para obtener el mismo denominador para las fracciones y utilizando uno u otro se llega al mismo resultado final, aunque en principio los denominadores comunes sean distintos.



Para reducir una fracción a común denominador necesitamos 2 pasos:

1. Determinar el común denominador, que podrá ser:

    - Un múltiplo común a los denominadores
    - El mínimo común múltiplo de los denominadores

2. Transformar cada fracción a su correspondiente fracción equivalente con su nuevo denominador

Veamos un ejemplo:

Tenemos que realizar esta suma de fracciones con distinto denominador. Por tanto, para poder sumar necesitamos que todos los denominadores sean iguales:

$$\frac{3}{2}+\frac{5}{3}+\frac{1}{4}$$

1 – ¿Cuál es el común denominador?

Pues, por un lado, puede ser cualquier múltiplo común a los denominadores. La mejor forma de conseguir eso es realizando la multiplicación de todos los denominadores:

(2)(3)(4) =24

O también podría ser el mínimo común múltiplo de los denominadores, que corresponde con el mínimo común denominador:

m.c.m. (2,3,4) =12

NOTA: Se recomienda elegir el primer método, solamente cuando el denominador común sea bajo.

Por ejemplo, si tuviéramos como denominadores 12, 24 y 8:

- El denominador común sería: (12) (25) (8) = 2304 (demasiado alto)
- El mínimo común denominador sería: m.c.m. (12,24,8) = 24, por lo que es mucho más cómodo trabajar con números bajos.

Para realizar multiplicaciones con números racionales o racionales y enteros, aplicar la técnica de multiplicar numeradores con numeradores y denominadores con denominadores y al final reducir a su mínima expresión.

Ejemplos:

$$\left(\frac{5}{3}\right)\left(\frac{4}{7}\right)=\frac{5*4}{3*7}=\frac{20}{21}$$

$$\left(\frac{5}{4}\right)(3)=\left(\frac{5}{4}\right)\left(\frac{3}{1}\right)=\frac{5*3}{4*1}=\frac{15}{4}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{4}{3}\right)\left(\frac{2}{6}\right)=\frac{3*4*2}{2*3*6}=\frac{24}{36}=\frac{12}{18}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3} \quad \text{ó} \quad \left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{4}{3}\right)\left(\frac{2}{6}\right)=\frac{\cancel{3}*4*\cancel{2}}{\cancel{2}*\cancel{3}*6}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$$

Para las operaciones con división, también contamos con un modelo, que enseguida recordaremos:

Ejemplos:

$$\frac{2}{5}\div\frac{3}{4}=\frac{2*4}{5*3}=\frac{8}{15} \quad \text{ó} \quad \frac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{4}}=\frac{2*4}{5*3}=\frac{8}{15}$$

Nota: recuerda reducir a su mínima expresión, el resultado.

Practicando

Resuelve las siguientes operaciones:

$\frac{6}{7}+\frac{8}{3}+\frac{2}{21}=$

$\frac{2}{15}+\frac{7}{5}=$

$\frac{13}{16}+\frac{8}{4}-\frac{20}{32}=$

$\left(\frac{6}{7}\right)\div\left(\frac{8}{3}\right)=$

$\left(\frac{4}{3}\right)\left(\frac{21}{9}\right)=$

$\left(\frac{12}{3}\right)\left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{5}{2}\right)=$

$\frac{14}{8}+\frac{16}{24}-\frac{2}{3}=$

$\frac{6}{128}-\frac{2}{64}=$

$3-\frac{8}{4}+\frac{4}{3}=$

$\left(\frac{2}{4}\right)\left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{6}{5}\right)=$

$\left(\frac{2}{7}\right)\div\left(\frac{3}{4}\right)\div\left(\frac{2}{21}\right)=$

$\left(\frac{8}{3}\right)\left(\frac{4}{6}\right)=$

Problema:

Un equipo de jóvenes tiene por tarea pintar el exterior de un edificio, el primer día solo pinta $\frac{1}{8}$ del edifico, el segundo día pinta $\frac{1}{5}$, en el tercer no pintan, pero un grupo de pintores profesionales les ayudan pintando $\frac{1}{3}$ del edificio.

*¿Cuánto les falta por pintar del edificio?*____

Justifica tu respuesta:

____

____

Indicadores	Puedo lograrlo	Tengo dudas
Resuelvo sumas con fracciones.		
Consigo realizar operaciones de restas con fracciones.		
Realizo multiplicaciones con fracciones.		
Logro dividir con fracciones.		
Resuelvo problemas que implican más de una operación con fracciones.		
¿Sobre qué temas requiero más Asesoría Académica?		

Investigando

Te sugerimos consultar los siguientes recursos para facilitar tu práctica de asesoría académica:

- Superprof. Material didáctico. Sumas con fracciones. [En línea] https://www.vitutor.net/2/3/4.html https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/aritmetica/racionales/ejercicios-de-fracciones-2.html (Recuperado el 22 de octubre de 2019)

- Sangaku Maths, Teoría de matemáticas desde secundaria a primeros cursos de carreras técnicas. [En línea] https://www.sangakoo.com/es/temas/formalizacion-de-los-numeros-racionales (Recuperado el 22 de octubre de 2019)

Lección 3. Las reglas de los signos

Explorando

Contesta las siguientes preguntas.

1. ¿Cuándo multiplicamos un número positivo por uno negativo el resultado es?
____
____

2. ¿Cuándo multiplicamos un número negativo por uno negativo el resultado es?

____
____

3. ¿Cuándo dividimos un número negativo por uno positivo el resultado es?

____
____

Ana compró una libreta de cuadros en $37.25, una playera escolar de $138.50, un lápiz de 12.25, llevaba $500.00 ¿cuánto le regresarán de cambio?
____
____

5. ¿Cuándo multiplicamos un número positivo por uno negativo el resultado es?
____
____

6. ¿Cuándo multiplicamos un número negativo por uno negativo el resultado es?

____
____

7. ¿Cuándo dividimos un número negativo por uno positivo el resultado es?

____
____

8. Ana compró una libreta de cuadros en $37.25, una playera escolar de $138.50, un lápiz de 12.25, llevaba $500.00 ¿cuánto le regresarán de cambio?

____
____

9. De la siguiente lista de números, tacha los que son primos: 2, 9, 16, 19, 21, 35, 39

____
____

10. ¿De qué otra manera puedes representar la fracción $\frac{3}{4}$?

____
____

11. Al desarrollar la operación $7 + 6 \times 2$, Pedro obtuvo como resultado 22; Pablo por su parte 84. ¿Quién está en lo correcto? Explica por qué.

____
____

12. Desarrolla la expresión 2x5 + 3x9 =

Comprendiendo

Ley de los signos

Los números son una representación abstracta de una cantidad física con propiedades, reglas o normas.

Los números con signo son los números positivos y los números negativos. El cero no tiene signo.

Los números positivos se ubican a la derecha del cero en la recta numérica. Algunas veces los encontramos con el signo + y otras sin él. Cuando llevan el signo + es porque se desea resaltar que son positivos. Los negativos por el contrario los ubicamos a la izquierda del cero en la recta numérica y siempre se representan con el signo menos (-).

Por ejemplo: +10, -2,+1,+5,-7

Los números reales pueden representarse gráficamente como puntos en la recta numérica y ello permite definir sus propiedades, compararlos y hacer operaciones con ellos.

Cuando se realizan operaciones de números con signo, los números se deben de escribir entre paréntesis para no confundir los signos de los números con los signos de la operación.

Por ejemplo:

$(-10) + (+2) - (-17)$

$(-25) \times (-5) \times (-2)$

Se puede escribir 2 en vez de + 2

En la multiplicación sucede algo similar

Por ejemplo:

$(-2)(-3) = 6$

$(2)(3) = 6$

En ambos casos el resultado es 6

Para multiplicar o dividir números con signo se multiplican o dividen los valores absolutos de los números y luego se determina el signo del resultado utilizando la regla de los signos:

Multiplicación

Número Positivo	por	Número positivo	= número positivo
Número positivo	por	Número negativo	= número negativo
Número negativo	por	Número negativo	= número positivo
Número negativo	por	Número positivo	= número negativo

+	por	+	= +
+	por	-	= -
-	por	-	= +
-	por	+	= -

Para efectuar una multiplicación o división con signo debemos de tener presente como la regla aplica para cada paso.

División

Número positivo	entre	Número positivo	= número positivo
Número positivo	entre	Número negativo	= número negativo
Número negativo	entre	Número negativo	= número positivo
Número negativo	entre	Número positivo	= número negativo

+	entre	+	= +
+	entre	-	= -
-	entre	-	= +
-	entre	+	= -

Ejemplo:

Si dividimos – 2 / -1 el resultado es 2

Si dividimos -10/10 = -1

Si dividimos 10/10 = 1

Practicando

Realiza las siguientes operaciones

$3 \times (-9) =$

$4 \times (-2) =$

$(-12) \times (25) =$

$(-10) \times (-10) =$

$(9) \times (-9) =$

$-25/-10 =$

$259/12 =$

$2 \times (-11) =$

$13 \times 0 =$

$22 \times (-1) =$

$5 / -3 =$

$-14 / -7 =$

$21 / -3 =$

$-3 / -3 =$

$-9 / 3 =$

Lee y realiza las operaciones necesarias para responder las preguntas.

Lalo ha observado que la temperatura de la cuidad en a que vive ha tenido variaciones a lo largo de los años. Por ello, ha decidido realizar el seguimiento y registro de la temperatura.

Día	Temperatura máxima	Temperatura mínima
Lunes	12°C	-1°C
Martes	10°C	-1°C
Miércoles	21°C	-2°C
Jueves	31°C	-1°C
Viernes	25°C	-1°C
Sábado	15°C	-6°C
Domingo	10°C	-1°C

¿Cuál es la temperatura promedio máxima?

____

¿Cuál es la temperatura mínima promedio?

____

Auto evaluación

Indicadores	Puedo lograrlo	Tengo dudas
Soy capaz de aplicar correctamente la regla de los signos en la multiplicación		
Puedo aplicar correctamente la regla de los signos de división		
¿Sobre qué temas requiero más Asesoría Académica?		

Investigando

Te sugerimos consultar los siguientes recursos para facilitar tu práctica de asesoría académica:

- Sangaku Maths, Teoría de matemáticas desde secundaria a primeros cursos de carreras técnicas, [En línea] Disponible en: http://www.sangakoo.com (Recuperado el 12 de octubre de 2019).

- Khan Academy, [En línea]. Disponible en: https://es.khanacademy.org/math/arithmetic/arith-review-negative-numbers/arith-review-add-and-sub-integersss/e/integer-addition-and-subtraction-2 (Recuperado el 12 de octubre de 2019).

Lección 4. Todo tiene un orden. Jerarquía de las operaciones

Explorando

Desarrolla las ecuaciones de los siguientes enunciados:

1.- El cuadrado de ***a*** mas el doble producto ***a*** y ***b*** más el cuadrado de **b.**	2.-La raíz cuadrada de la suma del cuadrado de los catetos ***(a y b).***

Resuelve el problema.

Para conocer la dosis de medicamento que se debe administrar a los niños, debes realizar un cálculo respecto a la dosis que se requiere para los adultos, pues es la cantidad que se conoce,

Existen varias fórmulas que puedes aplicar, entre ellas está la regla de Clarke. Si un niño de 7 años pesa 75 libras y la dosis de adulto es de 4 tabletas al día,

¿Cuál será la dosis para niños?

Regla de Clarke (para niños mayores de 2 años)

Dosis para niños = (Peso del niño ×dosis de adulto) ÷150

Comprendiendo

Jerarquía de las operaciones
Las operaciones siempre se realizan en el siguiente orden: 1) Realiza las operaciones que se encuentran dentro de los símbolos de agrupación de adentro hacia afuera, comenzando por paréntesis ( ), corchetes [ ] y llaves { }. En la misma jerarquía debes calcular las operaciones que se encuentren dentro del valor absoluto | | 2) Calcula las operaciones o números que estén elevados a un exponente, en la misma jerarquía evalúa las raíces $\sqrt[n]{x}$ de cualquier índice. 3) Realiza las multiplicaciones y divisiones a medida que se presenten y resuélvelas de izquierda a derecha. 4) Efectúa las sumas y restas a medida que se presenten, de izquierda a derecha.

Ejemplificando:

$6 \div 2\ (2+1) = 6 \div 2\ (3) = 3(3) = 9$

$(7 \div 3 + 5 \div 4)(2 \div 6) = 43 \div 12\ (2 \div 6) = 86 \div 72 = 1.1944.$

$[(205 - 30)\ 7] \div 10 = 175(7) \div 10 = 1225 \div 10 = 122.5$

Practicando

Resuelve las siguientes operaciones y encierra la respuesta correcta según la jerarquía de las operaciones (usando la calculadora).

Operación	Solución A	Solución B
2 + 3 x 5 =	17	25
5 - 2 x 4 =	12	- 3
2 + 5 ÷3 =	3.6666...	2.33333...
3 – 4 ÷ 3 =	- 0.33333...	1.6666...
2 – 3^2 =	1	- 7

4(5/5+4x3) =

6+3(8/8 +5 - 3) =

4+3{43÷8 +4[2(4÷4 +1)]}- 2 =

{4[(5)(2) +8) - 2]} ÷2 =

Imagina que tu calculadora está incompleta

¿Cómo le haría para multiplicar 327 y 55 si a la calculadora le falta la tecla del 5?

____

____

Resuelve el siguiente problema “Adivina el número”.

Pensé un número, le resté 25, después lo multipliqué por 4, finalmente le sumé 7 y obtuve como resultado 267.

____

____

Auto evaluación

Indicadores	Puedo lograrlo	Tengo dudas
Soy capaz de resolver los problemas de manera correcta aplicando la jerarquía de las operaciones.		
Puedo ordenar y priorizar las operaciones a realizar		
¿Sobre qué temas requiero más Asesoría Académica?		

Investigando

Te sugerimos consultar los siguientes recursos para facilitar tu práctica de asesoría académica:

- GRUPO SAS- CEFS, Operaciones combinadas [En línea] Disponible en http://www.casdreams.com/cesf/pqpis/pdf/mates_0.pdf (Recuperado el 27 de octubre de 2019)

Lección 5. Lógica matemática

Explorando

Resuelve[1]	Respuesta	¿Pude resolverlo sin apoyo? Si/no
Si la diferencia del triple de un número y el mismo es igual a 8, ¿cuál es el número?		
Brenda multiplicó un número por 4, restó 12 al producto, sumó 18 a la diferencia, la suma la dividió entre 19 y obtuvo 2 como cociente, ¿Cuál es el número?		

Comprendiendo

Lógica matemática

La lógica matemática, es la capacidad que tienes para obtener conclusiones válidas a partir de premisas conocidas. Así como para interpretar adecuadamente la información contenida en un texto escrito.

La lógica es ampliamente aplicada en la filosofía, las matemáticas, computación, física, en todo, pues la encontrarás al ir de compras al mercado, al pintar una pared, al podar una planta, todo es aplicación lógica.

---

[1] CONAMAT (2009). *Matemáticas simplificadas Segunda edición.* PEARSON EDUCACIÓN, México. Pag. 206.

La Lógica estudia la forma del razonamiento. La Lógica Matemática es la disciplina que trata de métodos de razonamiento. En un nivel elemental, la Lógica proporciona reglas y técnicas para determinar si es o no valido un argumento dado. El razonamiento lógico se emplea en Matemáticas para demostrar teoremas, sin embargo, se usa en forma constante para realizar cualquier actividad en la vida.

Cuestiónate

¿Si un caballo entra al potrero 3 veces, cuantas veces ha tenido que salir?

Comenta con tu asesor.

El vaquero de la posta pecuaria del CBTA, trabaja 25 horas, ¿Cómo le hará, si el día tan sólo tiene 24 horas?

Comenta con tu asesor.

Practicando

Resuelve el siguiente problema contextual y comenta con tu asesor si puedes encontrar la respuesta.

De camino a el rancho "El jardín", me encontré con tres sementales de raza holstein, siete de raza suizo, cuatro caballos y dos mulas de carga.

Contando los sementales, caballos y mulas ¿Cuántos íbamos al rancho "El jardín"?

En un número de tres dígitos, el dígito de las centenas es el triple de las decenas y el dígito de las decenas es la mitad del dígito de las unidades. Determina cual es el dígito de las unidades si la suma de los tres dígitos es 12.

Resuelve el cuadrado mágico inventado por el pintor alemán Alberto Durero, el cual contiene en las casillas centrales inferiores el año de la gran peste: 1514, y cuya suma en forma horizontal, vertical y de sus diagonales principales es 34.

				= 34
				= 34
				= 34
	15	14		= 34
= 34	= 34	= 34	= 34	

Auto evaluación

Indicadores	Puedo lograrlo	Tengo dudas
Soy capaz de obtener conclusiones válidas a partir de premisas conocidas.		
Soy capaz de interpretar adecuadamente la información contenida en un texto escrito		
Me es posible resolver los problemas de manera correcta aplicando la lógica matemática		
¿Sobre qué temas requiero más Asesoría Académica?		

Investigando

Consulta en la biblioteca o través de la red internet:

- CONAMAT (2009). Matemáticas simplificadas Segunda edición. PEARSON EDUCACIÓN, México [En línea], Disponible en: http://www.uamenlinea.uam.mx/materiales/matematicas/logica/SOLIS_DAUN_JULIO_ERNESTO_Logica_Matematica.pdf (Recuperado el 03 de octubre de 2019).

Lección 6. Términos semejantes

Explorando

Relaciona las siguientes expresiones algebraicas que son términos semejantes:

X
$4x^2$
$\frac{1}{x}$
$4x^3$
$-4x\,y^2$
$6x^4$
$2x^2\,y$
$3x\,y^3$
$7x^2\,y^2$

$X^2\,y$
$7xz$
$2x^{\frac{1}{2}}$
$\frac{1}{3}X$
$6x^5$
$\frac{2}{3}X^2$
$3x^2\,y^2$
$6x^5$
$-2x\,y^2$

Llena la siguiente tabla identificando cada elemento del término:

Término	Signo	Coeficiente numérico	Variable(s)	Exponente(s)
$-4x^3$				
$3x^2\,y$				
X				
$12x\,y^3\,z^2$				
$-\frac{4}{3}t^2z^3$				

Comprendiendo

El término

El término en álgebra, es la unidad para trabajar con expresiones algebraicas, que pueden incluir desde un término o más; cada término está compuesto por 4 elementos: signo, coeficiente numérico, variable o variables y exponente o exponentes.

Variable

Signo

$-2X^3$ Exponente

Coef. Núm.

Identificamos los elementos de los siguientes términos:

Término	signo	Coeficiente núm.	Variable(s)	Exponente(s)
$-4x^3$	-	4	X	3
$3x^2 y$	+	3	X, Y	2, 1
X	+	1	X	1
$12x y^3 z^2$	+	12	X, Y, Z	1, 3, 2
$-\frac{4}{3}t^2z^3$	-	$\frac{4}{3}$	t, z	2, 3

Es importante contar con la destreza para identificar términos semejantes, ya que, al trabajar con expresiones, estas pueden reducirse al sumar o restar los que son términos semejantes.

Un término semejante, son todos los términos que contienen las mismas literales (variables) y mismos exponentes respectivos a cada variable.

Ejemplo:

1.- X	-4X	$\frac{2}{3}X$
2.- $3x^2$ y	$-20x^2$ Y	X^2 Y
3.- 12x y^3 z^2	$-\frac{6}{5}XY^3Z^2$	-3 x y^3 z^2

4.- No son términos semejantes	4X Y	$6X^4$ Y
5.- No son términos semejantes	$-5X^2$	$-5X^3$
6.- No son términos semejantes	8X Y^2	$7X^2$Y

Recuerda que una expresión algebraica contiene de uno a más términos, y para identificar en donde termina un término y donde comienza otro, se toman el signo "+" o el signo "-".

Ejemplos:

Expresión con 2 términos $4xy^2 + 6y$
Expresión con 3 términos $-6x^3 + 2xy - 5y$

Practicando

Identifica los términos que son semejantes, en las siguientes expresiones algebraicas:

Encierra con un círculo los términos semejantes $9x^2 + 5x - x + 3xy + 2x - 3x^3 + 6x - 2y - 10x$

Encierra con un cuadrado los términos semejantes $3x^3 - 4x^2 + 3x^2y^3 - 2x^2y + 7x^2y^3 - 4x + 9x^2y^3 - 3xy^3$

Reduce términos semejantes en las siguientes expresiones algebraicas:

1) $5x^2 + 4x + 3 - 3x + 2x^2 - 7x^2 + 6x =$

2) $9a^2 - 6ab + 4b^2 - 7ab + a^2 + 4a - 6b^2 =$

3) $2x^2 - \frac{2}{3}x + 3x + \frac{1}{2}x^2 + 5xy + 3y - 7y =$

Indicadores	Puedo lograrlo	Tengo dudas
Identifico todos los elementos de un término		
Identifico los términos que son semejantes		
Usando el concepto de término semejante, me fue posible reducir las expresiones algebraicas		
Puedo trabajar con los coeficientes numéricos positivos y negativos al reducir expresiones		
¿Sobre qué temas requiero más Asesoría Académica?		

Investigando

Te sugerimos consultar los siguientes recursos para facilitar tu práctica de asesoría académica:

- Smartick, Ejemplos de propiedad distributiva, [En línea] Disponible en: https://www.smartick.es/blog/matematicas/recursos-didacticos/ejemplos-propiedad-distributiva/ (Recuperado el 22 de octubre de 2019).

- Ejemplode.com, Ejemplo de Propiedad distributiva, [En línea] Disponible en: https://www.ejemplode.com/5-matematicas/1285-ejemplo_de_propiedad_distributiva.html (Recuperado el 22 de octubre de 2019).

Lección 7. Propiedades algebraicas: asociativas y conmutativas.

Explorando

Resuelve los siguientes planteamientos:

1. Para llevar balones nuevos a una bodega, han llegado 2 camiones con 10 cajas cada uno. Dentro de cada caja hay 8 balones.

   ¿Cuántos balones han llegado a la bodega?

   ____

   ____

2. En un salón de clases de matemáticas, asisten 4 alumnos de Puebla,12 alumnos de Canadá, 4 alumnos de Brasil, 7 de Sonora y 5 de Morelos.

   a) ¿Cuántos alumnos asisten en total a la clase?
   ____
   ____

   b) ¿Cuántos extranjeros asisten y cuántos mexicanos?
   ____
   ____

Comprendiendo

La propiedad asociativa

¿Sabías que la propiedad asociativa nos puede ayudar a resolver más rápidamente una operación?.

La propiedad asociativa solo aplica para la suma y la multiplicación.

Según la propiedad asociativa, el resultado de una suma o de una multiplicación, siempre es el mismo, sin importar como agrupemos los elementos con los que se opera.

La propiedad asociativa de la suma:

Cuando sumamos tres o más números, da igual como agrupemos los sumandos para sumarlos, ya que el resultado siempre será el mismo.

Ejemplo:

$$(5+7)+3=15 \quad o \quad (7+3)+5=15 \quad o \quad (5+3)+7=15$$

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

La propiedad asociativa de la multiplicación:

Cuando multiplicamos tres o más números, da igual cómo agrupemos los factores para multiplicarlos, ya que el producto siempre sera el mismo.

$$(a * b) * c = a * (b * c)$$

Ejemplo:

5 cajas de refresco, con 24 refrescos cada caja y cada refresco con 500 ml. ¿Cuántos ml se tienen en las 5 cajas?

1° solución: (5*24)*500= 60000 ml

2° solución (500*5)*24= 60000 ml

$$[(a)\ (b)]\ c = a\ [(b)(c)]$$

$$8\ [(6)(5)]= 6[(5)(8)]$$

Retomando el problema de los balones:

Para llevar balones nuevos a una bodega, han llegado 2 camiones con 10 cajas cada uno. Dentro de cada caja hay 8 balones. ¿Cuántos balones han llegado a la bodega?

Operaciones:

Solución 1	Solución 2
(2 camiones x10 cajas)x8 balones =160	(8 balonesx10 cajas)x2 camiones=160

Propiedad conmutativa de la suma y de la multiplicación:

Propiedad conmutativa en la suma: el orden de los sumandos no varía el resultado, es decir, cuando tienes que resolver una suma, no importa el orden en que coloques sus sumandos, ya que siempre obtendrás el mismo resultado.

7 + 5 + 3=15 o es mejor en este orden 7 + 3 +5 =15, sacando ventaja de la propiedad conmutativa.

Propiedad conmutativa de la multiplicación: el orden de los factores no varía el producto, es decir, cuando tengamos que resolver una multiplicación podremos ordenar como mejor nos convenga a los factores, ya que siempre obtendremos el mismo resultado.

7*4*5 =
28*5 = 140

4*5*7=
20*7 = 140

Practicando

Utilizando la propiedad asociativa o conmutativa, escribe una o más expresiones de igualdad:

1.- (9+5)+7 =

2.- (5+3)+(4+7) =

3.- (12+6)*3 =

4.- 25*(5-3) =

Utilizando la ventaja que proporcionan las propiedades asociativa y conmutativa en la suma y multiplicación, resolver el siguiente planteamiento.

Al calcular el mínimo común múltiplo de unos denominadores, resultaron los siguientes números: 3, 5, 7 y 2.

¿Cuál es el mínimo común múltiplo?

____

Auto evaluación

Indicadores	Puedo lograrlo	Tengo dudas
Puedo aplicar la propiedad asociativa en una suma, para facilitar los cálculos.		
Soy capaz de utilizar la propiedad conmutativa en una multiplicación de 3 términos o más para facilitar los cálculos.		
¿Sobre qué temas requiero más Asesoría Académica?		

Investigando

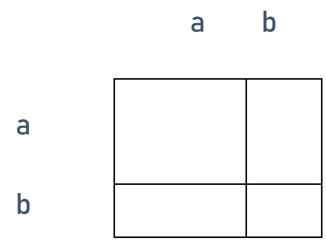
Te sugerimos consultar los siguientes recursos para facilitar tu práctica de asesoría académica:

- Smartick, Definición de propiedad asociativa, [En línea], Disponible en: https://definicion.de/propiedad-asociativa/ (Recuperado el 22 de octubre de 2019).
- Smartick, Cómo aplicar la propiedad conmutativa en un problema conmutativa. [En línea], Disponible en: https://www.smartick.es/blog/matematicas/recursos-didacticos/como-aplicar-la-propiedad-conmutativa-en-un-problema/ (Recuperado el 22 de octubre de 2019).

Lección 8. Calculando áreas. Propiedad distributiva

Explorando

Desarrolla la ecuación del área de la siguiente figura:



A=____

¿Qué valor tendría si a=2 y b=1? ______________u^2

A=____

¿Qué valor tendría si a=3, b=1 y x=2? ___________u^2

Comprendiendo

Propiedad distributiva

El concepto de propiedad distributiva, se emplea en el campo del álgebra. Se trata de una de las propiedades de la multiplicación, que se aplica respecto a una suma o a una resta. Dicha propiedad indica que dos o más términos presentes en una suma o en una resta multiplicada por otra cantidad, resulta igual a la suma o a la resta de la multiplicación de cada uno de los términos de la suma o la resta por el número.

(5 + 6) *2 = (11) *2 = 22   (5*2) +(6*2) = 22

La propiedad distributiva nos afirma que la multiplicación de un número por una suma es igual a la suma de las multiplicaciones de dicho número por cada uno de los sumandos.

Vamos otro ejemplo: 2 x (3 + 5)

2x (3+5)= 2x3+2x5

Según la propiedad distributiva 2 x (3 + 5) será igual a 2 x 3 + 2 x 5

Vamos a comprobar si esto es cierto:

2 x (3 + 5) = 2 x 8 = 16

2 x 3 + 2 x 5 = 6 + 10 = 16

En estos dos últimos casos nos da como resultado 16, por lo que podemos comprobar que la propiedad distributiva de la multiplicación es totalmente cierta.

También se puede describir como la multiplicación de un monomio (expresión formada por un término) por un polinomio (expresión formada por dos o más términos) o la multiplicación de dos polinomios. En cualquiera de los casos pueden ser valores conocidos o desconocidos.

Ejemplo:

$(a+b)^2=(a+b)(a+b)= a^2+ab+ab+b^2= a^2+2ab+b^2$

	a	b
a	a^2	ab
b	ab	b^2

Si sumamos las áreas internas queda A= $a^2+ab+ab+b^2= a^2+2ab+b^2$

Practicando

Aplica la propiedad distributiva

4 (8 +3) =

5 (3+4) =

Resuelve las siguientes operaciones:

$4(5+b)$ =

$2(x^2-3)$ =

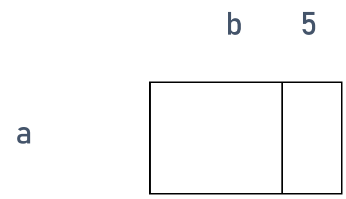
$x(-ax+b)$ =

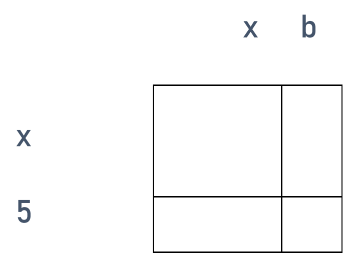
$(x-3)\ (x-3)$ =

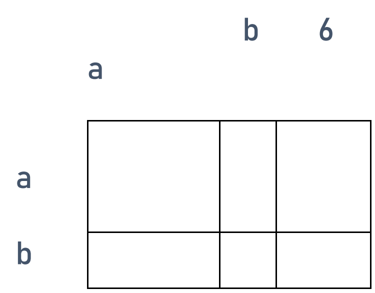
$(a-2)\ (a-3)$ =

En las siguientes figuras determina:

a) La longitud de los lados del rectángulo.
b) La expresión del área, aplicando la propiedad distributiva.







Auto evaluación

Indicadores	Puedo lograrlo	Tengo dudas
Comprendo el concepto de propiedad distributiva		
Puedo realizar sumas utilizando la propiedad distributiva.		
Puedo aplicar la propiedad distributiva de la multiplicación en la suma		
¿Sobre qué temas requiero más Asesoría Académica?		

Investigando

Te sugerimos consultar los siguientes recursos para facilitar tu práctica de asesoría académica:

- La multiplicación y sus propiedades. [En línea] Disponible en: https://sedeguaini.files.wordpress.com/2011/07/propiedades-de-la-multiplicacic3b3n.pdf (Recuperado el 04 de octubre de 2019)

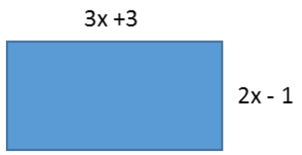
- Departamento de Matemáticas, IES Cosme García. Ejercicios: Operaciones y propiedades I [En línea] Disponible en: https://jorgefernandezherce.es/cosme/1eso/tema1/operaciones1.pdf (Recuperado el 22 de octubre de 2019)

- Smartick.es. Propiedades de la multiplicación. [En línea] Disponible en: https://www.smartick.es/matematicas/multiplicaciones.html#propiedad-distributiva. Recuperado el 22 de octubre de 2019)

Lección 9. Suma de expresiones algebraicas

Explorando

Representar el perímetro con una expresión algebraica de la siguiente figura:



Realizar las siguientes sumas con expresiones algebraicas:

1.- $5x^2 - 6x + 3$ sumar con $-7x^2 - 2x + 8 =$

2.- $8a - 3b + 2c$ sumar con $-2^a + 4b - 7c =$

3.- $\frac{4}{3}x^2 - 4x + \frac{7}{2}xy - 2y$ sumar con $\frac{5}{3}x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{2}{5}xy + 8y =$

Comprendiendo

Suma de expresiones algebraicas

El primer contacto que tuviste con las operaciones aritméticas (suma, resta, multiplicación y división), es con números enteros, posterior con números reales y finalmente con expresiones algebraicas.

En esta lección recordaremos la suma de expresiones algebraicas, ten presente que sumar es sencillo.

Para sumar dos o más expresiones algebraicas, se recurre al concepto de términos semejantes, por lo que se procede a sumar los coeficientes numéricos (enteros o fracciones) de los términos semejantes = reducir términos semejantes. No olvides respetar la regla de signos.

Caso 1

$5x^2 - 6x + 7$ sumar con $3x^2 + 2x - 4 = (5x^2 + 3x^2) + (6x + 2x) + (7 - 4) = 8x^2 + 8x + 3$

Caso 2

$-\frac{4}{3}x^2 - 4x + \frac{7}{2}xy - 2y$ sumar con $\frac{5}{3}x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{2}{5}xy + 8y + 1 =$

$$= -\frac{4}{3}x^2 + \frac{5}{3}x^2 - 4x + \frac{3}{4}x + \frac{7}{2}xy - \frac{2}{5}xy - 2y + 8y + 1$$

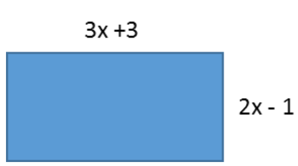
$-\frac{4}{3}x^2 + \frac{5}{3}x^2$	$-4x + \frac{3}{4}x$	$\frac{7}{2}xy - \frac{2}{5}xy$	$-2y + 8y$
$-\frac{4}{3} + \frac{5}{3} = \frac{-4+5}{3} = \frac{1}{3}$	$-4 + \frac{3}{4} = \frac{-16+3}{4} = -\frac{13}{4}$	$\frac{7}{2} - \frac{2}{5} = \frac{35-4}{10} = \frac{31}{10}$	$-2+8=6$

Nota: puedes ir a la Lección número dos para recordar sobre las operaciones con fracciones

$-\frac{4}{3}x^2 - 4x + \frac{7}{2}xy - 2y$ suma $\frac{5}{3}x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{2}{5}xy + 8y + 1 = \frac{1}{3}x^2 - \frac{13}{4}x + \frac{31}{10}xy + 6y + 1$

Caso 3

Calcular el perímetro del rectángulo:



P= 2(3x+3)+2(2x-1)

P= 6x+6+4x-2

P= 10x + 4

Practicando

Realiza las siguientes operaciones de sumas con expresiones algebraicas:

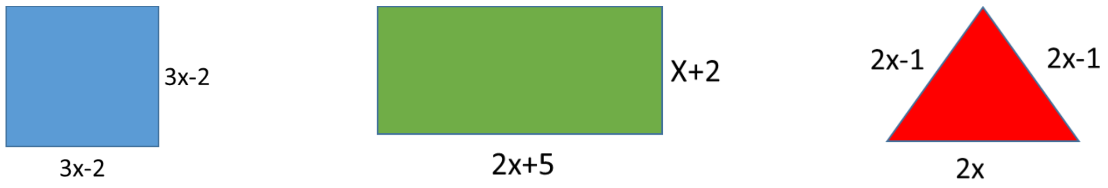
1) $-9m + 2mn - 7n$ sumar con $6m - 9mn + 3n =$

2) $6a^2 - 4a + 2ab - 5b^2$ sumar con $6a - 7ab - 2b^2 + 7 =$

3) $2x^2 + 7xy + 3$ sumar con $3x^2 + 2xy + 2 =$

4) Verd$\frac{4}{3}x^2 + \frac{2}{5}x + \frac{7}{4}$ sumar con $\frac{1}{2}x^2 - \frac{7}{3}x + \frac{3}{4} =$

Representa con una expresión algebraica el perímetro de las siguientes formas geométricas:



Auto evaluación

Indicadores	Puedo lograrlo	Tengo dudas
Identifico a los términos que son semejantes		
Soy capaz de sumar términos semejantes		
Puedo aplicar la ley de los signos en la operación de las sumas		
¿Sobre qué temas requiero más Asesoría Académica?		

Investigando

Te sugerimos consultar los siguientes recursos para facilitar tu práctica de asesoría académica:

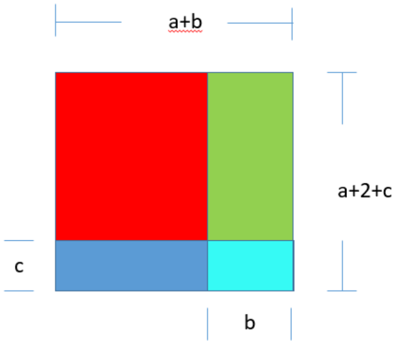
- CIDECAME.UAEH. Adición de expresiones algebraicas, [En línea] Disponible en: http://cidecame.uaeh.edu.mx/lcc/mapa/PROYECTO/libro1/151_adicin_de_expresiones_algebraicas.html (Recuperado el 21 de octubre de 2019).

- Aula virtual octavo de básica La Colina. Video Suma de expresiones algebraicas. [En línea]. Disponible en: http://refuerzo8vo.blogspot.com/2019/04/suma-de-expresiones-algebraicas.html (Recuperado el 21 de octubre de 2019).

Lección 10. Resta expresiones algebraicas

Explorando

Representa el perímetro del rectángulo rojo (superior izquierdo) con una expresión algebraica de la siguiente figura:



Realizar las siguientes operaciones con expresiones algebraicas:

1.- $5x^2 -6x + 3$ **restar** con $-7x^2 - 2x + 8 =$

2.- $8a - 3b + 2c$ **restar** con $-2^a + 4b - 7c =$

3.- $\frac{4}{3}x^2 - 4x + \frac{7}{2}xy - 2y$ **restar** con $\frac{5}{3}x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{2}{5}xy + 8y =$

Comprendiendo

La resta

La resta es la diferencia entre el minuendo y el sustraendo, organizados de la siguiente forma:

$$\begin{array}{r} \text{Minuendo} \\ - \quad \text{Sustraendo} \\ \hline \text{Diferencia} \end{array}$$

De manera que el sustraendo es afectado por el signo negativo de la resta, por lo tanto, en el caso de una resta algebraica de polinomios se multiplica por -1 cada término del sustraendo para finalmente sumar el minuendo y el sustraendo para obtener la diferencia algebraica.

Por poner algunos ejemplos:

Caso 1

$5x^2 - 6x + 7$ restar con $3x^2 + 2x - 4$

$(-1)\,(3x^2 + 2x - 4)$ Sustraendo por - 1

Se suman minuendo el producto del sustraendo con -1

$$\begin{array}{r} 5x^2 - 6x + 7 \\ -3x^2 - 2x + 4 \\ \hline 2x^2 - 8x + 11 \end{array}$$

Caso 2

$-\frac{4}{3}x^2 - 4x + \frac{7}{2}xy - 2y$ **restar con** $\frac{5}{3}x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{2}{5}xy + 8y + 1$

$\left(\frac{5}{3}x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{2}{5}xy + 8y + 1\right)$ **(-1)** Sustraendo por – 1

Se suman minuendo el producto del sustraendo con -1

$$-\frac{4}{3}x^2 - 4x + \frac{7}{2}xy - 2y$$

$$\left(-\frac{5}{3}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{2}{5}xy - 8y - 1\right)$$

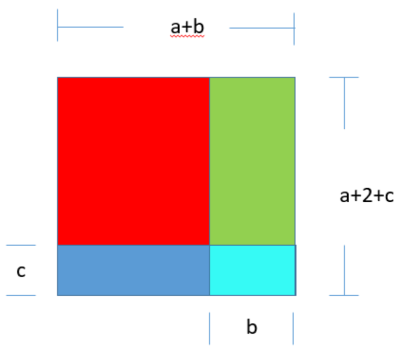
$$\left(-3x^2 - \frac{19}{4}x + \frac{39}{10}xy - 10y - 1\right)$$ Diferencia

$-\frac{4}{3}x^2 - \frac{5}{3}x^2$	$-4x - \frac{3}{4}x$	$\frac{7}{2}xy + \frac{2}{5}xy$	$-2y - 8y$
$-\frac{4}{3} - \frac{5}{3} = \frac{-4-5}{3} = \frac{-9}{3} = -3$	$-4 - \frac{3}{4} = \frac{-16-3}{4} = -\frac{19}{4}$	$\frac{7}{2} + \frac{2}{5} = \frac{35+4}{10} = \frac{39}{10}$	-2-8=-10

Nota: puedes ir a la Lección número dos para recordar sobre las operaciones con fracciones

Caso 3

Calcular el perímetro del rectángulo:



P= (a+b)-b+(a+2+c)-c

P= (a+b-b)+(a+2+c-c)

P=a+a+2

P=2a+2

Practicando

Realiza las siguientes operaciones de sumas con expresiones algebraicas:

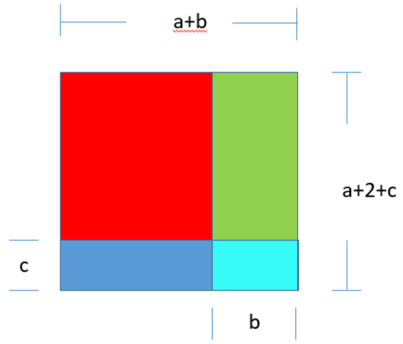
1) $-9m + 2mn - 7n$ restar con $6m - 9mn + 3n =$

2) $6a^2 - 4^a + 2ab - 5b^2$ restar con $6^a - 7ab - 2b^2 + 7 =$

3) $2x^2 + 7xy + 3$ restar con $3x^2 + 2xy + 2 =$

4) $\frac{4}{3}x^2 + \frac{2}{5}x + \frac{7}{4}$ restar con $\frac{1}{2}x^2 - \frac{7}{3}x + \frac{3}{4} =$

Representa con una expresión algebraica el perímetro de los rectángulos verde y azul de la siguiente figura:



____

____

Indicadores	Puedo lograrlo	Tengo dudas
Identifico los términos que son semejantes en dos ecuaciones.		
Identifico el minuendo y el sustraendo en una resta algebraica.		
Logro aplicar la propiedad distributiva de -1 con un polinomio no representa una gran dificultad.		
Aplico correctamente la ley de los signos en la operación de las sumas.		
¿Sobre qué temas requiero más Asesoría Académica?		

Investigando

Te sugerimos consultar los siguientes recursos para facilitar tu práctica de asesoría académica:

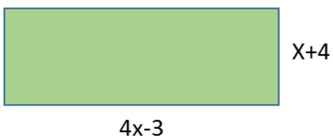
- Resta de expresiones algebraicas, disponible en: CIDEMACE- UAEH. Resta de expresiones algebraicas. [En línea] Disponible en: http://cidecame.uaeh.edu.mx/lcc/mapa/PROYECTO/libro1/152_resta_de_expresiones_algebraicas.html (Recuperado el 20 17 de octubre de 2019).

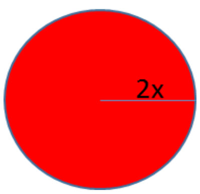
- Aula virtual octavo de básica La Colina. Video se operaciones con expresiones algebraicas [En línea]. Disponible en: http://refuerzo8vo.blogspot.com/2019/04/suma-de-expresiones-algebraicas.html (Recuperado el 21 de octubre de 2019).

Lección 11. Leyes de los exponentes

Explorando

Representa algebraicamente el área de las siguientes figuras:





Simplifica las siguientes expresiones, aplicando las leyes de los exponentes:

1) $(X^2)\ (x^5) =$

2) $((x^2))^3 =$

3) $(a^2\ b)^3 =$

4) $\left(\frac{x^5}{x^3}\right) =$

5) $\left(\frac{a^2}{a^7}\right) =$

6) $(\frac{(x^3y^2)^3}{(x^4y^2)} =$

7) $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^2}} =$

Comprendiendo

Leyes de exponentes

Las leyes de exponentes[2] son las reglas a seguir para realizar operaciones con potencias. La potencia de un número es el resultado de multiplicar ese número por el mismo más de una vez. Al número se le llama base y a las veces que se multiplica es el exponente.

Exponente
(o índice o potencia)

Base → 5^2

$5^3=5*5*5=125$

En el lenguaje algebraico, la base también es una literal o variable:

Exponente
(o índice o potencia)

Base → X^3

Para poder realizar operaciones de multiplicación y división con expresiones algebraicas, es necesario recordar las Leyes de los exponentes:

Ley	Ejemplo	Ejemplo
1) $a^1 = a$	a) $X^1 = X$	b) $Y^1 = Y$
2) $a^0 = 1$	a) $X^0 = 1$	b) $25^0 = 1$
3) $a^m * a^n = a^{m+n}$	a) $X^3 * x^2 = x^{3+2} = x^5$	b) $4^2 * 4^3 = 4^{2+3} = 4^5$
4) $(a^m)^n = a^{m*n}$	a) $(X^2)^3 = x^{2*3} = x^6$	b) $(y^3)^4 = y^{3*4} = y^{12}$
5) $(ab)^n = a^n b^n$	a) $(xy)^2 = x^2 y^2$	b) $(4a)^2 = 4^2 a^2 = 16a^2$

[2] https://www.todamateria.com/leyes-de-los-exponentes/

6) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$a)\ \left(\frac{x}{y}\right)^4 = \frac{x^4}{y^4}$	$b)\ \left(\frac{t}{3}\right)^5 = \frac{t^5}{3^5} = \frac{t^5}{243}$
7) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a)\ \frac{x^5}{x^3} = x^{5-3} = x^2$	$b)\ \frac{x^4}{x^6} = x^{4-6} = x^{-2} = \frac{1}{x^2}$ Recuerda que en resultados, no podemos dejar exponentes negativos
8) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $\frac{1}{a^{-n}} = a^n$	a) $x^{-4} = \frac{1}{x^4}$ b) $3x^{-2} = \frac{3}{x^2}$	$c)\ \frac{2}{3y^{-4}} = \frac{2y^4}{3}$ $d)\ \frac{2}{(3x)^{-3}} = 2(3x)^3$ $= 2(3)^3(x)^3$ $= 2(9)\ x^3$ $= 18x^3$
9) $\sqrt[n]{a^m} = (a)^{m/n}$	a) $\sqrt[2]{x^6} = x^{6/2} = x^3$	$b)\ \sqrt[5]{t^7} = t^{7/5}$ ó $= t^{5/5} * t^{2/5} = t * t^{2/5}$ $= t\ \sqrt[5]{t^2}$
10) $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\,\sqrt{b}$	$a)\ \sqrt{4x} = \sqrt{4}\,\sqrt{x} = 2\sqrt{x}$	$b)\ \sqrt[3]{5x^9} = \sqrt[3]{5}\,\sqrt{x^9}$ $= \sqrt[3]{5}\,x^{9/3}$ $= \sqrt[3]{5}\ x^3$
11) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$	$a)\ \sqrt{\frac{x}{4}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{x}}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{x}$	

Nota: en algunas publicaciones, las leyes 10 y 11 no las consideran, ya que son incluidas en las leyes 5 y 6 de este formulario.

Aplicaciones de las leyes:

1) $\left(\frac{12a^3b^2}{5}\right)\left(\frac{b}{3a}\right) = \frac{12}{15}\, a^{3-1}b^{2+1} = \frac{4}{5}\, a^2b^3$

2) $\left(\frac{-3a^{-3}b^2}{8ab^{-1}}\right)^{-2}$ = Para resolver puedes iniciar de varias formas:

Primero: reducimos lo que está en el paréntesis, en seguida resolvemos el exponente (-2)

$$\left(\frac{-3}{8}\, a^{-3-1}\, b^{2-(-1)}\right)^{-2} = \left(\frac{-3}{8}a^{-4}b^3\right)^{-2} = \left(\frac{-3b^3}{8a^4}\right)^{-2} = \frac{(-3b^3)^{-2}}{(8a^4)^{-2}} = \frac{-3^{-2}(b^3)^{-2}}{8^{-2}\,(a^4)^{-2}}$$

$\frac{8^2\, b^{-6}}{-3^2\, a^{-8}} = \frac{8^2a^8}{-3^2b^6} = \frac{64a^8}{9b^6}$ nota: $-3^2=(-3)(-3)=9$

3) $\frac{\sqrt[3]{x^5}}{\sqrt[4]{x^7}} = \frac{x^{5/3}}{x^{7/4}} = x^{5/3-7/4} = x^{\frac{20-21}{12}} = x^{-1/12} = \frac{1}{x^{1/12}} = \frac{1}{\sqrt[12]{x}}$

Practicando

Usando las leyes de exponentes, reduce las siguientes expresiones:

$(x)^{2/3}\,(x^3) =$

$(2x^4)^3 =$
$\left(\frac{1}{3}xy^2\right)^2 =$
$\left(\frac{x^4y^2}{2xy^2}\right)^2 =$
$\sqrt[3]{x^2}\,\sqrt{x^5} =$
$\frac{\sqrt{9x^3}}{\sqrt[3]{27x}} =$
$\frac{4}{3x^{-2}} =$
$\frac{(5y)^{-2}}{2y} =$

Auto evaluación

Indicadores	Puedo lograrlo	Tengo dudas
Soy capaz de trabajar correctamente con los exponentes de las variables		
Puedo manejar exponentes racionales(fracciones)		
Soy capaz de corregir exponentes negativos, con las leyes de exponentes		
¿Sobre qué temas requiero más Asesoría Académica?		

Investigando

Te sugerimos consultar los siguientes recursos para facilitar tu práctica de asesoría académica:

- LIfeder.com. Leyes de los Exponentes (con Ejemplos y Ejercicios Resueltos). [En línea]. Disponible en: https://www.lifeder.com/leyes-exponentes/#Primera_ley_potencia_de_exponente_igual_a_1 (Recuperado el 04 de octubre de 2019).

Lección 12. Multiplicación de expresiones algebraicas

Explorando

Multiplicar los siguientes monomios:

$(2x)\ (-x)$ =

$(3x)\ (5x)$ =

$(-x)\ (-4x^2)$ =

$(3x^2)\ (-5x)$ =

$(-8x)\ (5x)$ =

$(7x)\ (3x^3)$ =

Comprendiendo

Leyes de los signos para la multiplicación

1) Signos iguales el resultado es positivo

(+)(+)=+

(-)(-)=+

2) Signos diferentes el resultado es negativo

(+)(-)= -

(-)(+)= -

Multiplicación con fracciones

$$\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{c}{d}\right)=\frac{ac}{bd}$$

$$\left(\frac{6}{4}\right)\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$$

Ley del producto (multiplicación) para exponentes

Si se multiplican dos números iguales con diferente exponente, se mantiene el número y se suman los exponentes.

$$(a)^n(a)^m=a^{n+m}$$

Multiplicación de monomios (expresiones con un solo termino)

Operación	Se multiplican los signos	Se multiplican los coeficientes	Multiplicamos literales	Igual a:
$(2x^2)(3x)$ =	(+)(+)=+	(2)(3)=6	$(x^2)(x)=x^{2+1}=x^3$	$6x^3$
(-5)(7x) =	(-)(+)=-	(5)(7)=35	x	-35x
$(-4x^2)(-5x^3)$	(-)(-)=+	(4)(5)=20	$(x^2)(x^3)= x^{2+3}=x^5$	$20x^5$

Para multiplicar **monomio por polinomio** (expresiones de dos o más términos) o **polinomio por polinomio** se aplica la *propiedad distributiva* Lección 7.

1. En el primer caso se multiplica el monomio por cada uno de los términos del polinomio.
2. En el segundo caso se multiplica cada término del primer polinomio por todos los términos del segundo polinomio.

1. Monomio por polinomio

2. Polinomio por polinomio

$$(x)(a+b+c)$$

ax+bx+cx

$$(a+b)(a+b)$$

a^2+ab+ab+b^2

$$(a+b)(a+b+c)$$

a^2+ab+ac+ab+bc+b^2

En todos los casos se multiplican signos, coeficientes y literales.

Practicando

En cada caso, efectuar el producto correspondiente:

$(-x)\ (4x+5) =$

$(-x^2)\ (2x^2+3) =$

$(x^2-x+2)\ (-1) =$

$(y^2-5y-7)\ (-1) =$

$(-2)\ (2a^2-a-5) =$

$(3y+7)\ (-4y) =$

$(2y)\ (2y-1) =$

$(-2m)\ (3m^2-2m+1) =$

$(-x^2)\ (2x^2+3x-1) =$

$(2m)\ (4m^2-6m+9) =$

Auto evaluación

Indicadores	Puedo lograrlo	Tengo dudas
Aplico de manera correcta las ley de los signos		
Al multiplicar literales con exponente, uso de manera correcta la ley de productos de los exponentes.		
Puedo aplicar la propiedad distributiva en la multiplicación de polinomios		
¿Sobre qué temas requiero más Asesoría Académica?		

Investigando

Te sugerimos consultar los siguientes recursos para facilitar tu práctica de asesoría académica:

- MathConc 2007-2008. José de Jesús Ángel. Multiplicación de polinomios. [En línea] Disponible en:
  http://www.math.com.mx/docs/pre/pre_0001_Multiplicacion_Polinomios.pdf
  (Recuperado el 22 de octubre de 2019).

- UAEH. Víctor Manuel Islas Mejía. Expresiones Algebraicas. [En línea] Disponible en; https://www.uaeh.edu.mx/docencia/P_Presentaciones/prepa3/Plantilla%20Expresiones%20Algebraicas.pdf (Recuperado el 22 de octubre de 2019).

Lección 13. División de expresiones algebraicas

Explorando

Realiza las siguientes divisiones:

$$\frac{28x^2}{2x} =$$

$$\frac{15a^2 - ab - 28b^2}{5a} =$$

$$\frac{a^4 - a}{a + 1} =$$

Comprendiendo

Leyes de los signos para la multiplicación y división.

A) Signos iguales el resultado es positivo

(+)(+)=+

(-)(-)=+

B) Signos diferentes el resultado es negativo

(+)(-)= -

(-)(+)= -

Ley del cociente (División) para exponentes

Si se dividen dos números iguales con diferente exponente, se mantiene el número y se restan los exponentes.

$$\frac{(a)^n}{(a)^m} = a^{n-m}$$

División de monomios (expresiones con un solo termino**)**

Monomio entre monomio

Cuando se dividen monomios, primero se realiza la división de los coeficientes y después se aplica la ley de los exponentes para las bases. Si la división de los coeficientes no es exacta, entonces se deja especificada; si las bases no son iguales, entonces se deja expresado el cociente.

$$\frac{-16a^5b^4c^6}{8a^2b^3c} = \frac{-16}{8}a^{5-2}b^{4-3}c^{6-1}\boxed{= -2a^3bc^5}$$

$$\frac{-10x^7y^6c}{-6x^2y^2c} = \frac{10}{6}x^{7-2}y^{6-2}c^{1-1} = \frac{5}{3}x^5y^4c^0\boxed{= \frac{5}{3}x^5y^4}$$

Polinomio entre monomio

Se divide cada término del polinomio entre el monomio, como se muestra en los siguientes ejemplos.

$$\frac{2x^4 - 5x^3 + x^2}{-x^2} = \frac{2x^4}{-x^2} - \frac{5x^3}{-x^2} + \frac{x^2}{-x^2} = -2x^{4-2} + 5x^{3-2} - x^{2-2}$$
$$= -2x^2 + 5x - x^0 = -2x^2 + 5x - 1$$

Polinomio entre otro polinomio

A continuación, se enlistan los pasos a seguir para realizar esta operación:

Ejemplo:

$$\frac{3x^2 - 5x + 2}{3x - 2}.$$

1. Se colocan los polinomios como en la división con números reales, y se ordenan según convenga con respecto a los exponentes:

$$3x-2\ \overline{)\,3x^2-5x+2}$$

2. Se toma el primer término del dividendo, se divide entre el primer término del divisor y el resultado se coloca en la parte de arriba:

$$\frac{3x^2}{3x}=x.$$

$$\begin{array}{rl} & \quad x \\ 3x-2 & \overline{)\,3x^2-5x+2} \end{array}$$

3. Se multiplica el resultado de la división por cada uno de los términos del divisor; a cada resultado se le cambia el signo y se acomoda debajo del dividendo con su término semejante: $(x)(3x)=3x^2$; $(x)(-2)=-2x$.

$$\begin{array}{rl} & \quad x \\ 3x-2 & \overline{)\,3x^2-5x+2} \\ & \underline{-3x^2+2x} \end{array}$$

4. Se reducen los términos semejantes y se baja el siguiente término del dividendo, a la expresión resultante se le llama primer residuo.

$$\begin{array}{rl} & \quad x \\ 3x-2 & \overline{)\,3x^2-5x+2} \\ & \underline{-3x^2+2x} \\ & \qquad -3x+2 \end{array}$$

5. Se repite el primer paso, es decir, se divide el primer término del primer residuo que resultó de la reducción anterior entre el primer término del divisor y se escribe el resultado arriba:

$$\frac{-3x}{3x}=-1.$$

$$\begin{array}{rl} & \quad x-1 \\ 3x-2 & \overline{)\,3x^2-5x+2} \\ & \underline{-3x^2+2x} \\ & \qquad -3x+2 \end{array}$$

6. Se multiplica el resultado de la división anterior por cada uno de los términos del divisor y se escribe el resultado debajo de cada término semejante del residuo anterior (no olvides cambiar el signo): $(-1)(3x)=-3x$; $(-1)(-2)=2$.

$$\begin{array}{rl} & \quad x-1 \\ 3x-2 & \overline{)\,3x^2-5x+2} \\ & \underline{-3x^2+2x} \\ & \qquad -3x+2 \\ & \qquad\ \ 3x-2 \end{array}$$

7. Se realiza la suma y si el residuo es cero como en el ejemplo, la división terminó; en caso contrario, se siguen los pasos anteriores hasta obtener cero como residuo o algún polinomio de grado menor al del divisor.

$$
\begin{array}{r|l}
 & x-1 \\
\cline{2-2}
3x-2 & 3x^2-5x+2 \\
 & \underline{-3x^2+2x} \\
 & \quad -3x+2 \\
 & \quad \underline{3x-2} \\
 & \qquad 0
\end{array}
$$

Por lo tanto, el resultado del cociente es: (x-1)

Practicando

En cada caso, efectuar la división correspondiente:

División de monomios:

$$\frac{20x^3}{4x^2} \qquad \frac{6x^3}{2x^2}$$

$$\frac{28x^2}{2x} \qquad \frac{a^4}{a}$$

$$\frac{15a^2}{5a} \qquad \frac{x^2}{x}$$

División de polinomio entre monomio:

$$\frac{8x^2y-20x^3}{4x^2} \qquad \frac{2x^4+6x^3-8x^2}{2x^2}$$

$$\frac{x^2+4x+3}{2x} \qquad \frac{a^4-a}{a}$$

$$\frac{15a^2-ab-28b^2}{5a} \qquad \frac{x^2+3x}{x}$$

División de polinomios:

$$\frac{x^2+3x+2}{x+1}$$

$$\frac{x^2+4x+3}{x+3}$$

$$\frac{15a^2-ab-28b^2}{5a-7b}$$

$$\frac{x^2+7x+12}{x+4}$$

$$\frac{a^4-a}{a+1}$$

$$\frac{x^2+3x-18}{x+3}$$

Auto evaluación

Indicadores	Puedo lograrlo	Tengo dudas
Aplico de manera correcta las ley de los signos		
Al dividir literales con exponente uso de manera correcta la ley de cocientes de los exponentes.		
Uso adecuadamente las operaciones, propiedades y leyes algebraicas cuando resuelvo una división de polinomios.		
¿Sobre qué temas requiero más Asesoría Académica?		

Investigando

Te sugerimos consultar los siguientes recursos para facilitar tu práctica de asesoría académica:

- MathC©nc 2007-2008. José de Jesús Ángel. Multiplicación de polinomios. [En línea], Disponible en; http://www.math.com.mx/docs/pre/pre_0001_Multiplicacion_Polinomios.pdf (Recuperado el 22 de octubre de 2019).

- UAEH. Víctor Manuel Islas Mejía. Expresiones Algebraicas. En línea], Disponible en; https://www.uaeh.edu.mx/docencia/P_Presentaciones/prepa3/Plantilla%20Expresiones%20Algebraicas.pdf (Recuperado el 22 de octubre de 2019).

Referencias

- Allen, Á. (2008). *Álgebra intermedia*.Editorial Pearson. México.

- Aroca A. D. Ekuatio (s/f). *Cómo obtener el común denominador. Ejercicios resueltos*. [En línea] https://ekuatio.com/apuntes-de-matematicas/numeros-aritmetica/los-numeros-racionales-fracciones/como-obtener-denominador-comun/ (Consultado el 15 de octubre de 2019).

- Arzate, G. (2016). *Álgebra Elemental para el Nivel Medio Superior*. Pearson Educación México.
- CONAMAT (2009). *Álgebra.* Pearson Educación, México.

- CONAMAT (2009). *Matemáticas simplificadas Segunda edición*. Pearson Educación, México.

- Herrera, H. G. Y. C. Yolanda. (s.f.). Enseñanza de las matemáticas, problemas pedagógicos y dirección del proceso enseñanza-aprendizaje en algunos sistemas educativos. [En línea]. http://roa.uveg.edu.mx/repositorio/bachillerato2015/171/Jerarquadeoperaciones.pdf Consultado el 21 octubre de 2019).

- Smartick (s/f). Propiedad asociativa: suma y multiplicación [En línea] https://www.smartick.es/blog/matematicas/álgebra/propiedad-asociativa-suma-multiplicacion/ (Consultado el 21 octubre de 2019)

- Smartick (s/f). Cómo aplicar la propiedad conmutativa en un problema [En línea]. https://www.smartick.es/blog/matematicas/recursos-didacticos/como-aplicar-la-propiedad-conmutativa-en-un-problema/ (Consultado el 21 octubre de 2019).

- Pérez, L. L. P. L. Leonor. (2017). Estrategia didáctica que contribuya al aprendizaje de la propiedad distributiva en operaciones con expresiones algebraicas. [En línea]. http://bdigital.unal.edu.co/58196/1/43757832.2017.pdf (Consultado el 04 octubre de 2019).

- Pérez Márquez, S. E. P. M. Sandra. (s.f.). Suma y resta algebraica. [En línea]. http://roa.uveg.edu.mx/repositorio/bachillerato/38/Sumayrestaálgebraica.pdf, (Consultado el 15 octubre de 2019).

- Pavez Peñaloza, F. P. P. Fernando. (2011, enero). Multiplicación de expresiones algebraicas [En línea] http://www.profepavez.cl/2propuestas/álgebra/5_Multplicacion_expresiones_algebraicas.pdf, (Consultado el 04 octubre de 2019).

- Universidad Virtual del Estado de Guanajuato (s.f.). Jerarquía de las operaciones [En línea]. http://roa.uveg.edu.mx/repositorio/bachillerato2015/171/Jerarquadeoperaciones.pdf (Consultado el 21 octubre de 2019).

- Crucigramas generados en: https://es.educaplay.com
- Diseño elaborado en: www.canva.com
- Google imágenes – derechos de uso, etiquetadas para su reutilización (SOFAM, 2019)
- Imágenes recuperadas de: https://pixabay.com/es/